





Matemáticas

TABLA DE ESPECIFICACIONES PARA LAS PRUEBAS DE CERTIFICACIÓN DEL PROGRAMA:

♦ BACHILLERATO POR MADUREZ SUFICIENTE

Estas pruebas consideraran las habilidades generales establecidas para el Ciclo Diversificado, todos los elementos fundamentales y el enfoque del Programa de Estudio de Matemáticas 2012. Es decir, el Programa de Estudio es el marco de delimitación de esta prueba (Acuerdo N° 04-37-09 del Consejo Superior de Educación). En virtud de lo anterior, este documento únicamente refleja la cantidad de reactivos o ítems por habilidad general que contiene la Prueba de Matemáticas Bachillerato.

Nota:

Los ítems corresponden a las habilidades generales y las habilidades específicas se encuentran inmersas en estas. La resolución de los ítems puede involucrar el dominio de una o varias habilidades específicas.





	DISTRIBUCIÓN SEGÚN HABILIDADES GENERALES	
ÁREA 1: GEOMETRÍA. 22	ítems	Ítems
Habilidad 1: Representa	r las circunferencias de manera analítica y gráfica.	
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Geometría Analítica • Circunferencia - Centro - Radio	 1.1 Representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio. 1.2 Representar algebraicamente una circunferencia dado su centro y su radio. 1.3 Determinar gráfica y algebraicamente si un punto se ubica en el interior o en el exterior de una circunferencia. 	3

Habilidad 2: Analizar relaciones de posición relativa entre rectas y circunferencias.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Geometría Analítica Circunferencia Centro Radio Recta secante Recta tangente Recta exterior Rectas paralelas Rectas perpendiculares	 2.1 Determinar si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia. 2.2 Representar gráfica y algebraicamente rectas secantes, tangentes y exteriores a una circunferencia. 2.3 Analizar geométrica y algebraicamente la posición relativa entre rectas en el plano desde el punto de vista del paralelismo y la perpendicularidad. 2.4 Aplicar la propiedad que establece que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto de tangencia. 	3





Habilidad 3: Utilizar la geometría analítica para representar circunferencias y transformaciones.		Items
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Geometría Analítica Circunferencia - Centro - Radio	3.1 Resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus representaciones. 3.2 Aplicar traslaciones a una circunferencia.	2
	eas y perímetros de polígonos.	Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Polígonos Lado Radio Apotema Ángulo central Ángulo interno Ángulo externo Diagonal Perímetro Área Relaciones métricas	 4.1 Determinar la medida de perímetros y áreas de polígonos en diferentes contextos. 4.2 Determinar las medidas de los ángulos internos y externos de polígonos en diversos contextos. 4.3 Determinar la medida de la apotema y el radio de polígonos regulares y aplicarlo en diferentes contextos. 4.4 Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas rectangulares. 4.5 Resolver problemas que involucren polígonos y sus diversos elementos. 4.6 Estimar perímetros y áreas de figuras planas no poligonales utilizando un sistema de coordenadas rectangulares. 	4
Habilidad 5: Identificar	simetrías.	Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Geometría Analítica Simetría axial Imagen Preimagen	5.1 Determinar ejes de simetría en figuras simétricas.5.2 Identificar elementos homólogos en figuras que presentan simetría axial.5.3 Resolver problemas relacionados con la simetría axial.	3





Habilidad 6: Aplicar e ident	ificar diversas transformaciones en el plano a figuras geométricas.	Items
Conocimientos Transformaciones en el plane	Habilidades Específicas 6.1 Aplicar el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se	
Transformaciones en el plano Traslaciones Reflexiones Homotecias Rotaciones	obtienen a partir de figuras dadas. 6.2 Identificar elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones. 6.3 Determinar el punto imagen de puntos dados mediante una transformación. 6.4 Resolver problemas relacionados con diversas transformaciones en el plano.	3
Habilidad 7: Visualizar y tridimensionales.	y aplicar características y propiedades de figuras geométricas	Ítems
Conocimientos Visualización espacial Esfera Cilindro circular recto Base Superficie lateral Radio Diámetro Sección plana Elipse Cono circular recto Vértice Parábola Hipérbola	 7.1 Identificar el radio y el diámetro de una esfera. 7.2 Identificar la superficie lateral, las bases, la altura, el radio y el diámetro de un cilindro circular recto. 7.3 Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una esfera o un cilindro y características métricas de ellas. 7.4 Reconocer elipses en diferentes contextos. 7.5 Identificar la superficie lateral, la base, la altura, el radio y el diámetro de la base y el vértice de un cono circular recto. 7.6 Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un cono circular recto y características métricas de ellas. 7.7 Reconocer elipses, parábolas e hipérbolas en diferentes contextos. 7.8 Plantear y resolver problemas que involucren secciones de un cono mediante planos paralelos a la base. 	4





ÁREA 2: RELACIONES Y ÁLO Habilidad 1. Utilizar element y rango de funciones, así co Aplicar el concepto de funciones Conocimientos Conjuntos numéricos Unión Intersección Pertenencia Subconjunto Complemento Intervalos. Funciones Concepto de función y de gráfica de una función Elementos para el análisis de una función Dominio Imagen Preimagen Ámbito Inyectividad Crecimiento Decrecimiento Ceros Máximo y Mínimo Análisis de gráficas de funciones Composición de funciones Función lineal







 Funciones Concepto de función y de gráfica de una función Elementos para el análisis de una función Dominio Dominio Imagen Preimagen Ámbito Inyectividad Inyectividad Decrecimiento 2.1 Analizar una función a partir de sus representaciones. 2.2 Representar gráficamente una función lineal. 2.3 Determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica. 2.4 Determinar la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella. 2.5 Analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio f(x) = ax² + bx + c , a ≠ 0. 2.6 Relacionar la representación gráfica con la algebraica. 2.7 Analizar gráfica, tabular y algebraicamente las funciones exponenciales. 2.8 Identificar la función logarítmica como la inversa de la función exponencial. 2.9 Analizar gráfica y algebraicamente las funciones logarítmicas. 		
 Ceros Máximo y Mínimo Análisis de gráficas de funciones Función lineal Función cuadrática Funciones exponenciales 	Concepto de función y de gráfica de na función elementos para el análisis de una unción ninio gen magen objectividad esimiento recimiento es imo y Mínimo elisis de gráficas de funciones función cuadrática	5







Habilidad 3. Plantear y reso	olver problemas a partir de una situación dada.	Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Funciones • Elementos para el análisis de una función - Dominio - Imagen - Preimagen - Ámbito - Inyectividad - Crecimiento - Decrecimiento	 3.1 Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas. 3.2 Analizar sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. 3.3 Plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas. 3.4 Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones exponenciales. 3.5 Aplicar propiedades de los logaritmos para simplificar expresiones algebraicas. 3.6 Resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones logarítmicas. 3.7 Utilizar logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales de la forma a^{f(x)} = b^{g(x)}, a, b números reales positivos y distintos de 1, f, g polinomios de grado menor que 3. 	
Ceros Máximo y Mínimo Análisis de gráficas de funciones Función lineal Función cuadrática Sistemas de ecuaciones lineales Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas		4
Funciones exponenciales		
 La función a^x Ecuaciones exponenciales 		
Funciones logarítmicas La función loga x Ecuaciones logarítmicas		
Funciones inversas Inversa de la función lineal Función raíz cuadrada		







Habilidad 4. Determinar	el modelo matemático que se adapta mejor a una situación dada.	Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
 Funciones Función lineal Función cuadrática Funciones exponenciales La función a^x Ecuaciones exponenciales 	 4.1 Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales. 4.2 Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones logarítmicas. 4.3 Utilizar las funciones estudiadas para plantear y resolver problemas a partir de una situación dada. 4.4 Analizar el tipo de función que sirva de modelo para una situación dada (lineal, cuadrática, raíz cuadrada, logarítmica y exponencial). 	2
Funciones logarítmicas La función loga x Ecuaciones logarítmicas Funciones inversas Inversa de la función lineal		3
 Función raíz cuadrada Funciones y modelización 		





ÁREA 3: ESTADÍSTICA	Y PROBABILIDAD. 18 ítems	Ítems
	medidas de posición para resumir y analizar la información proveniente de un tativos. Habilidades Específicas 1.1 Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas. 1.2 Identificar la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos. 1.3 Utilizar la calculadora o la computadora para calcular las medidas estadísticas correspondientes de un grupo de datos. 1.4 Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí. 1.5 Utilizar la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran	3
Media aritmética Ponderada Habilidad 2. Utilizar las	agrupados en una distribución de frecuencias. principales medidas de variabilidad para evaluar y comparar la dispersión de	Ítems
los datos.	principales inculade as variabilidad para svariadi y comparar la dispercien de	
Conocimientos	Habilidades Específicas	
 Medidas de variabilidad Recorrido Recorrido intercuartílico Variancia Desviación estándar 	 2.1 Resumir la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso del recorrido, el recorrido intercuartílico, la variancia o la desviación estándar e interpretar la información que proporcionan. 2.2 Emplear la calculadora o la computadora para simplificar los cálculos matemáticos en la determinación de las medidas de variabilidad. 	3





	tes representaciones para analizar la posición y variabilidad de un conjunto ancia de las medidas de resumen (posición y variabilidad) para el análisis	Ítems
de la información estadístic		
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Medidas de posición Moda Media aritmética Mediana Cuartiles Extremos Máximo Mínimo	 3.1 Utilizar diferentes tipos de representaciones gráficas o tabulares para el análisis de datos cualitativos y favorecer la resolución de problemas vinculados con diversas áreas. 3.2 Utilizar diagramas de cajas para comparar la posición y la variabilidad de dos grupos de datos. 	
Media aritmética Ponderada Representaciones tabulares y gráficas Medidas de variabilidad		3
 Recorrido Recorrido intercuartílico Variancia Desviación estándar 		
Representación gráfica Diagrama de cajas		
Habilidad 4. Analizar la im dentro de los análisis com	portancia del uso de medidas relativas de tendencia central y variabilidad parativos de información.	Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Medidas relativas Posición relativa: estandarización Variabilidad relativa El coeficiente de variación	 4.1 Reconocer la importancia de emplear medidas relativas al comparar la posición o la variabilidad entre dos o más grupos de datos. 4.2 Aplicar estandarización y el coeficiente de variación para comparar la posición y variabilidad de dos o más grupos de datos. 	2





Habilidad 5. Emplear las pro	opiedades básicas de la probabilidad en situaciones concretas.	Items
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Eventos • Relaciones entre eventos - Unión U - Intersección ∩ - Complemento • Eventos mutuamente excluyentes	 5.1 Describir relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión "U", intersección "∩" y "complemento" e interpretar el significado dentro de una situación o experimento aleatorio. 5.2 Representar mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos. 5.3 Reconocer eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares. 5.4 Deducir mediante situaciones concretas las reglas básicas (axiomas) de las probabilidades. 5.5 Deducir las propiedades relacionadas con la probabilidad de la unión y del complemento. 	
Probabilidades Reglas básicas de las probabilidades: 0 ≤ P(A) ≤ 1, para todo evento A Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0 P(A U B) = P(A) + P(B) para eventos A y B mutuamente excluyentes Otras Propiedades Probabilidad de la unión: P(A U B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B) Probabilidad del complemento: P(A°) = 1 - P(A)		3





Conocimientos	Habilidades Específicas	
 Medidas de variabilidad Recorrido Recorrido intercuartílico Variancia Desviación estándar 	 6.1 Resolver problemas del contexto estudiantil que involucren el análisis de las medidas de variabilidad. 6.2 Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios. 	
Probabilidades Reglas básicas de las probabilidades: 0 ≤ P(A) ≤ 1, para todo evento A Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0 P(A U B) = P(A) + P(B) para eventos A y B mutuamente excluyentes Otras Propiedades Probabilidad de la unión: P(A U B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B) Probabilidad del complemento: P(A ^c) = 1 - P(A)		2





Conocimientos Habilidades Específicas		
Probabilidades Reglas básicas de las probabilidades: 0 ≤ P(A) ≤ 1, para todo evento A Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0 P(A U B) = P(A) + P(B) para eventos A y B mutuamente excluyentes Otras Propiedades Probabilidad de la unión: P(A U B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B) Probabilidad del complemento: P(A ^c) = 1 - P(A)	7.1 Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.	2





Anexos

ANEXO # 1: INDICACIONES ESPECÍFICAS PARA LA PRUEBA

- 1. Cuando se pregunte por un resultado aproximado, las opciones se presentarán ya sea con redondeo al décimo más cercano o al centésimo más cercano. Asimismo, cuando se requiera use 3,14 como aproximación de π y 2,72 como aproximación de e. En cuanto a los valores trigonométricos, utilice 4 decimales tal como se presenta en la tabla que se ofrece en los anexos de esta prueba.
- 2. Las ecuaciones deben resolverse en IR.
- **3.** En el cálculo de la variancia (σ^2) (o de la desviación estándar (σ)) se utiliza en todos los casos la fórmula poblacional.
- **4.** Las expresiones algebraicas, exponenciales y logarítmicas que aparecen en esta prueba, se suponen bien definidas, por lo tanto, las restricciones necesarias en cada caso no se escriben.
- **5.** Las funciones de la prueba son funciones reales de variable real, consideradas en su dominio máximo. En las gráficas el dominio se representa sobre el eje de las abscisas.
- **6.** En la resolución de problemas, lo que se mide son los conocimientos y las habilidades matemáticas, por lo que independientemente si el contexto es hipotético o verídico, siempre se considera existente.
- 7. Los dibujos no necesariamente están hechos a escala. La figura trata de ilustrar el problema centrándose en las condiciones esenciales del ítem que permite el logro de la habilidad, por lo tanto, no necesariamente todas las condiciones formales inmersas en él se escriben.
- **8.** En las gráficas de funciones las puntas de flecha indican el sentido positivo de los ejes.
- **9.** Las transformaciones de figuras en el plano están centradas en el origen de coordenadas. Los ángulos en posición estándar, es decir, con vértice en (0,0), lado inicial en el eje positivo de las abscisas ("x" positivas) y gira en cualquier sentido.
- **10.** Uso de calculadora científica **no** programable.





ANEXO # 2: SÍMBOLOS Y FÓRMULAS

SÍMBOLOS					
	es paralela a	Ä₿	Recta que contiene los puntos A y B		
	es perpendicular a	AB	Rayo de origen A y que contiene el punto B		
*	ángulo	ĀB	Segmento de extremos A y B		
Δ	triángulo o discriminante	AB	Medida del segmento AB		
~	es semejante a	≅	Es congruente con		
\forall	para todo	\Rightarrow	Implica que		
	cuadrilátero	U	Unión		
A – E – C	El punto E está entre A y C	\cap	Intersección		
Q ₁	Primer cuartil	Ac	Complemento del conjunto A		
Q ₂	Segundo cuartil (Q ₂ = Me)	Мо	Moda		
Q ₃	Tercer cuartil	Me	Mediana (Me = Q ₂)		
Máx	Máximo	Mín	Mínimo		
		- x	Media aritmética o promedio		





FÓRMULAS			
Fórmula de Herón (s: semiperímetro; a, b y c son las medidas de los lados del triángulo)	$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$		
Probabilidad de la unión (eventos A y B)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$		
Probabilidad para eventos A y B mutuamente excluyentes	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$		
Probabilidad del complemento	$P(A^c) = 1 - P(A)$		
Ecuación de la circunferencia con centro en C(a,b) y radio r	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$		
Distancia "d" entre dos puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$	$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$		
Coeficiente de variación (C _v)	C _v = Desviación estándar Media aritmética • 100		
Posición relativa (P _r) de un dato	P _r = Dato – Media aritmética Desviación estándar		
σ ² : Variancia x: media aritmética o promedio N: Población; n: número de observaciones	$\sigma^{2} = \frac{(\bar{x} - x_{1})^{2} + (\bar{x} - x_{2})^{2} + + (\bar{x} - x_{n})^{2}}{N}$		

Polígonos regulares				
Suma de las medidas de los ángulos internos s: suma de las medidas de los ángulos internos n: número de lados del polígono	s = 180°(n – 2)			
Medida de un ángulo interno i: ángulo interno n: número de lados del polígono	$m \not = i = \frac{180^{\circ}(n-2)}{n}$			
Medida del ángulo central n: número de lados del polígono, c: ángulo central	$m \not \succeq c = \frac{360^{\circ}}{n}$			
Medida de un ángulo externo n: número de lados del polígono e: ángulo externo	$m \not = \frac{360^{\circ}}{n}$			
Número de diagonales D: número de diagonales n: número de lados del polígono	$D = \frac{n(n-3)}{2}$			
Número de diagonales a partir de un vértice D: número de diagonales n: número de lados del polígono	D = n - 3			
Área P: perímetro, a: apotema	$A = \frac{P \cdot a}{2}$			



Triángulo equilátero	Cuadrado	Hexágono regular	Simbología
. ℓ√3 h		$a = \frac{d\sqrt{2}}{2}$ $a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$	r: radio
$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}; a = \frac{h}{3}$ $A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$	$\ell = \frac{d\sqrt{2}}{2}$		d: diagonal
			a: apotema
			ℓ : lado; h: altura
			A: área

ÁREA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS				
Figura	Área total (A⊤)	Simbología		
Cubo	$A_T = 6a^2$	a: arista		
Pirámide	$A_{T} = A_{B} + A_{L}$	A _L : área lateral		
Prisma	$A_{T} = A_{B} + A_{L}$	A _B : área basal		
Esfera	$A_T = 4\pi r^2$	A _b : área de la base		
Cono circular recto	$A_{T} = \pi r(r+g)$	g: generatriz; r: radio		
Cilindro circular recto	$A_T = 2\pi r(r+h)$	h: altura		