



MINISTERIO DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

GOBIERNO
DE COSTA RICA

DGEC
Dirección de Gestión
y Evaluación de la Calidad

Tabla de especificaciones
Bachillerato por Madurez Suficiente

MATEMÁTICAS

Rige a partir de la convocatoria 01-2025



Matemáticas

TABLA DE ESPECIFICACIONES PARA LAS PRUEBAS DE CERTIFICACIÓN DEL PROGRAMA:

◆ BACHILLERATO POR MADUREZ SUFICIENTE

Estas pruebas consideraran habilidades generales establecidas para el Ciclo Diversificado, los elementos fundamentales y el enfoque del Programa de Estudio de Matemáticas 2012. Es decir, el Programa de Estudio es el marco de delimitación de esta prueba (Acuerdo N° 04-37-09 del Consejo Superior de Educación). En virtud de lo anterior, este documento únicamente refleja la cantidad de reactivos o ítems por habilidad general que contiene la Prueba de Matemáticas Bachillerato.

Nota:

Los ítems corresponden a habilidades generales y las habilidades específicas se encuentran inmersas en estas. La resolución de los ítems puede involucrar el dominio de una o varias habilidades específicas.



DISTRIBUCIÓN SEGÚN HABILIDADES GENERALES

ÁREA 1: GEOMETRÍA. 22 ítems		Ítems
Habilidad 1: Representar las circunferencias de manera analítica y gráfica.		3
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Geometría Analítica <ul style="list-style-type: none"> • Circunferencia <ul style="list-style-type: none"> - Centro - Radio 	1.1 Representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio. 1.2 Representar algebraicamente una circunferencia dado su centro y su radio. 1.3 Determinar gráfica y algebraicamente si un punto se ubica en el interior o en el exterior de una circunferencia.	

Habilidad 2: Analizar relaciones de posición relativa entre rectas y circunferencias.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	3
Geometría Analítica <ul style="list-style-type: none"> • Circunferencia <ul style="list-style-type: none"> - Centro - Radio - Recta secante - Recta tangente • Recta exterior • Rectas paralelas • Rectas perpendiculares 	2.1 Determinar si una recta dada es secante, tangente o exterior a una circunferencia. 2.2 Representar gráfica y algebraicamente rectas secantes, tangentes y exteriores a una circunferencia. 2.3 Analizar geométrica y algebraicamente la posición relativa entre rectas en el plano desde el punto de vista del paralelismo y la perpendicularidad. 2.4 Aplicar la propiedad que establece que una recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio de la circunferencia en el punto de tangencia.	



Habilidad 3: Utilizar la geometría analítica para representar circunferencias y transformaciones.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Geometría Analítica <ul style="list-style-type: none">• Circunferencia<ul style="list-style-type: none">- Centro- Radio	3.1 Resolver problemas relacionados con la circunferencia y sus representaciones. 3.2 Aplicar traslaciones a una circunferencia.	2
Habilidad 4: Calcular áreas y perímetros de polígonos.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Polígonos <ul style="list-style-type: none">• Lado• Radio• Apotema• Ángulo central• Ángulo interno• Ángulo externo• Diagonal• Perímetro• Área• Relaciones métricas	4.1 Determinar la medida de perímetros y áreas de polígonos en diferentes contextos. 4.2 Determinar las medidas de los ángulos internos y externos de polígonos en diversos contextos. 4.3 Determinar la medida de la apotema y el radio de polígonos regulares y aplicarlo en diferentes contextos. 4.4 Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas rectangulares. 4.5 Resolver problemas que involucren polígonos y sus diversos elementos.	4
Habilidad 5: Identificar simetrías.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Geometría Analítica <ul style="list-style-type: none">• Simetría axial• Imagen• Preimagen	5.1 Determinar ejes de simetría en figuras simétricas. 5.2 Identificar elementos homólogos en figuras que presentan simetría axial. 5.3 Resolver problemas relacionados con la simetría axial.	3



Habilidad 6: Aplicar e identificar diversas transformaciones en el plano a figuras geométricas.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Transformaciones en el plano <ul style="list-style-type: none">• Traslaciones• Reflexiones• Homotecias• Rotaciones	6.1 Aplicar el concepto de traslación, homotecia, reflexión y rotación para determinar qué figuras se obtienen a partir de figuras dadas. 6.2 Identificar elementos de las figuras geométricas que aparecen invariantes bajo reflexiones o rotaciones. 6.3 Determinar el punto imagen de puntos dados mediante una transformación. 6.4 Resolver problemas relacionados con diversas transformaciones en el plano.	3
Habilidad 7: Visualizar y aplicar características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Visualización espacial <ul style="list-style-type: none">• Esfera• Cilindro circular recto• Base• Superficie lateral• Radio• Diámetro• Sección plana• Elipse• Cono circular recto• Vértice• Parábola• Hipérbola• Circunferencia	7.1 Identificar la superficie lateral, las bases, la altura, el radio y el diámetro de un cilindro circular recto. 7.2 Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una esfera o un cilindro y características métricas de ellas. 7.3 Identificar la superficie lateral, la base, la altura, el radio y el diámetro de la base y el vértice de un cono circular recto. 7.4 Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un cono circular recto y características métricas de ellas. 7.5 Resolver problemas que involucren secciones de un cono mediante planos paralelos a la base.	4



ÁREA 2: RELACIONES Y ÁLGEBRA. 20 ítems		Ítems
Habilidad 1. Utilizar elementos del lenguaje de los conjuntos numéricos para representar dominio y rango de funciones, así como el conjunto solución de ecuaciones. Aplicar el concepto de función en diversas situaciones.		7
Conocimientos	Habilidades Específicas	
<p>Conjuntos numéricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unión • Intersección • Pertenencia • Subconjunto • Complemento • Intervalos. <p>Funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de función y de gráfica de una función • Elementos para el análisis de una función <ul style="list-style-type: none"> - Dominio - Imagen - Preimagen - Ámbito - Inyectividad - Crecimiento - Decrecimiento - Ceros - Máximo y Mínimo - Análisis de gráficas de funciones <ul style="list-style-type: none"> • Composición de funciones • Función lineal • Función cuadrática <p>Funciones inversas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Inversa de la función lineal • Función raíz cuadrada 	<ol style="list-style-type: none"> 1.1 Utilizar correctamente los símbolos de pertenencia y de subconjunto. 1.2 Representar intervalos numéricos en forma gráfica, simbólica y por comprensión. 1.3 Determinar la unión y la intersección de conjuntos numéricos. 1.4 Determinar el complemento de un conjunto numérico dado. 1.5 Identificar si una relación dada en forma tabular, simbólica o gráfica corresponde a una función. 1.6 Evaluar el valor de una función dada en forma gráfica o algebraica, en distintos puntos de su dominio. 1.7 Calcular la composición de dos funciones. 1.8 Identificar las condiciones para que una función tenga inversa. 1.9 Relacionar la gráfica de una función con la gráfica de su inversa. 1.10 Determinar intervalos en los cuales una función representada gráficamente tiene inversa. 1.11 Determinar y graficar la función inversa de $f(x) = mx + b$, $m \neq 0$. 1.12 Analizar gráfica y algebraicamente la función con criterio dado por $f(x) = a\sqrt{x + b} + c$. 	



Habilidad 2. Utilizar distintas representaciones de algunas funciones algebraicas y trascendentes. (exponenciales y logarítmicas)		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
<p>Funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de función y de gráfica de una función • Elementos para el análisis de una función <ul style="list-style-type: none"> - Dominio - Imagen - Preimagen - Ámbito - Inyectividad - Crecimiento - Decrecimiento - Ceros - Máximo y Mínimo - Análisis de gráficas de funciones <ul style="list-style-type: none"> • Función lineal • Función cuadrática <p>Funciones exponenciales</p> <ul style="list-style-type: none"> • La función a^x <p>Funciones logarítmicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • La función $\log_a x$ 	<ul style="list-style-type: none"> 2.1 Analizar una función a partir de sus representaciones. 2.2 Determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica. 2.3 Determinar la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella. 2.4 Analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. 2.5 Relacionar la representación gráfica con la algebraica. 2.6 Analizar gráfica, tabular y algebraicamente las funciones exponenciales. 2.7 Identificar la función logarítmica como la inversa de la función exponencial. 2.8 Analizar gráfica y algebraicamente las funciones logarítmicas. 	5



Habilidad 3. Resolver problemas a partir de una situación dada. (Referidas a funciones y sistemas de ecuaciones).		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
<p>Funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elementos para el análisis de una función - Dominio - Imagen - Preimagen - Ámbito - Inyectividad - Crecimiento - Decrecimiento - Ceros - Máximo y Mínimo - Análisis de gráficas de funciones • Función lineal • Función cuadrática <p>Sistemas de ecuaciones lineales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas <p>Funciones exponenciales</p> <ul style="list-style-type: none"> • La función a^x • Ecuaciones exponenciales <p>Funciones logarítmicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • La función $\log_a x$ • Ecuaciones logarítmicas <p>Funciones inversas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Inversa de la función lineal • Función raíz cuadrada <p>Funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Función lineal • Función cuadrática 	<p>3.1 Resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas (lineal, cuadrática, raíz cuadrada, logarítmica, exponencial, inversa de la función lineal e inversa de la función raíz cuadrada).</p> <p>3.2 Analizar sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p> <p>3.3 Resolver problemas en contextos reales, utilizando sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.</p> <p>3.4 Resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones exponenciales.</p> <p>3.5 Aplicar propiedades de los logaritmos para simplificar expresiones algebraicas.</p> <p>3.6 Resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones logarítmicas.</p> <p>3.7 Utilizar logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales de la forma $a^{f(x)} = b^{g(x)}$, a, b números reales positivos y distintos de 1, f, g polinomios de grado menor que 3.</p>	4



Habilidad 4. Determinar el modelo matemático que se adapta mejor a una situación dada.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
<p>Funciones</p> <ul style="list-style-type: none">• Función lineal• Función cuadrática• Función raíz cuadrada <p>Funciones exponenciales</p> <ul style="list-style-type: none">• La función a^x• Ecuaciones exponenciales <p>Funciones logarítmicas</p> <ul style="list-style-type: none">• La función $\log_a x$• Ecuaciones logarítmicas <p>Funciones y modelización</p>	<p>4.1 Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales.</p> <p>4.2 Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones logarítmicas.</p> <p>4.3 Analizar el tipo de función que sirva de modelo para una situación dada (lineal, cuadrática, raíz cuadrada, logarítmica y exponencial).</p>	4



ÁREA 3: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. 18 ítems		Ítems
Habilidad 1. Utilizar las medidas de posición para resumir y analizar la información proveniente de un grupo de datos cuantitativos.		3
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Medidas de posición <ul style="list-style-type: none"> • Moda • Media aritmética • Mediana • Cuartiles • Extremos - Máximo - Mínimo Media aritmética Ponderada	1.1 Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas. 1.2 Identificar la ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos. 1.3 Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí. 1.4 Utilizar la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias.	
Habilidad 2. Utilizar las principales medidas de variabilidad para evaluar y comparar la dispersión de los datos.		3
Conocimientos	Habilidades Específicas	
Medidas de variabilidad <ul style="list-style-type: none"> • Recorrido • Recorrido intercuartílico • Variancia • Desviación estándar 	2.1 Resumir la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso del recorrido, el recorrido intercuartílico, la variancia o la desviación estándar e interpretar la información que proporcionan. 2.2 Resolver problemas del contexto estudiantil que involucren el análisis de las medidas de variabilidad.	



Habilidad 3. Utilizar diferentes representaciones para analizar la posición y variabilidad de un conjunto de datos.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
<p>Medidas de posición</p> <ul style="list-style-type: none">• Moda• Media aritmética• Mediana• Cuartiles• Extremos- Máximo- Mínimo <p>Representaciones tabulares y gráficas</p> <p>Medidas de variabilidad</p> <ul style="list-style-type: none">• Recorrido• Recorrido intercuartílico• Variancia• Desviación estándar <p>Representación gráfica</p> <p>Diagrama de cajas</p> <p>Medidas relativas</p> <ul style="list-style-type: none">• Posición relativa: estandarización• Variabilidad relativa- El coeficiente de variación	<p>3.1 Utilizar diagramas de cajas para comparar la posición y la variabilidad de dos grupos de datos.</p> <p>3.2 Aplicar estandarización y el coeficiente de variación para comparar la posición y variabilidad de dos o más grupos de datos.</p>	5



Habilidad 4. Emplear las propiedades básicas de la probabilidad en situaciones concretas.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
<p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relaciones entre eventos - Unión \cup - Intersección \cap - Complemento • Eventos mutuamente excluyentes <p>Probabilidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reglas básicas de las probabilidades: <ul style="list-style-type: none"> - $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo evento A - Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ para eventos A y B mutuamente excluyentes • Otras Propiedades <ul style="list-style-type: none"> - Probabilidad de la unión: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ - Probabilidad del complemento: $P(A^c) = 1 - P(A)$ 	<p>4.1 Describir relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión "\cup", intersección "\cap" y "complemento" e interpretar el significado dentro de una situación o experimento aleatorio.</p> <p>4.2 Representar mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos.</p> <p>4.3 Reconocer eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares.</p> <p>4.4 Deducir mediante situaciones concretas las reglas básicas (axiomas) de las probabilidades.</p>	3



Habilidad 5. Utilizar las probabilidades y las medidas estadísticas para favorecer la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.		Ítems
Conocimientos	Habilidades Específicas	
<p>Probabilidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reglas básicas de las probabilidades: <ul style="list-style-type: none"> - $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo evento A - Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ para eventos A y B mutuamente excluyentes • Otras Propiedades <ul style="list-style-type: none"> - Probabilidad de la unión: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ - Probabilidad del complemento: $P(A^c) = 1 - P(A)$ 	<p>5.1 Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.</p> <p>5.2 Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.</p>	4
TOTAL		60



Anexos

ANEXO # 1: INDICACIONES ESPECÍFICAS PARA LA PRUEBA

1. Cuando se pregunte por un resultado aproximado, las opciones se presentarán ya sea con redondeo al décimo más cercano o al centésimo más cercano. Asimismo, cuando se requiera use 3,14 como aproximación de π y 2,72 como aproximación de e . En cuanto a los valores trigonométricos, utilice 4 decimales tal como se presenta en la tabla que se ofrece en los anexos de esta prueba.
2. Las ecuaciones deben resolverse en \mathbb{R} .
3. Para el cálculo de la variancia (σ^2) (o de la desviación estándar (σ)) utilice en todos los casos la fórmula poblacional.
4. Las expresiones algebraicas, exponenciales y logarítmicas que aparecen en esta prueba, se suponen bien definidas, por lo tanto, las restricciones necesarias en cada caso no se escriben.
5. Las funciones de la prueba son funciones reales de variable real, consideradas en su dominio máximo. En las gráficas el dominio se representa sobre el eje de las abscisas.
6. En la resolución de problemas, lo que se mide son los conocimientos y las habilidades matemáticas, por lo que independientemente si el contexto es hipotético o verídico, siempre se considera existente.
7. Los dibujos no necesariamente están hechos a escala. La figura trata de ilustrar el problema centrándose en las condiciones esenciales del ítem que permite el logro de la habilidad, por lo tanto, no necesariamente todas las condiciones formales inmersas en él se escriben.
8. En las gráficas de funciones las puntas de flecha indican el sentido positivo de los ejes.
9. Las transformaciones de figuras en el plano están centradas en el origen de coordenadas. Los ángulos en posición estándar, es decir, con vértice en (0,0), lado inicial en el eje positivo de las abscisas ("x" positivas) y gira en cualquier sentido.
10. Se permite el uso de calculadora científica **no** programable.



ANEXO # 2: SÍMBOLOS Y FÓRMULAS

SÍMBOLOS			
\parallel	es paralela a	\overline{AB}	Recta que contiene los puntos A y B
\perp	es perpendicular a	\overrightarrow{AB}	Rayo de origen A y que contiene el punto B
\sphericalangle	ángulo	\overline{AB}	Segmento de extremos A y B
Δ	triángulo o discriminante	AB	Medida del segmento \overline{AB}
\sim	es semejante a	\cong	Es congruente con
\forall	para todo	\Rightarrow	Implica que
\square	cuadrilátero	U	Unión
$A - E - C$	El punto E está entre A y C	\cap	Intersección
Q_1	Primer cuartil	A^c	Complemento del conjunto A
Q_2	Segundo cuartil ($Q_2 = Me$)	Mo	Moda
Q_3	Tercer cuartil	Me	Mediana ($Me = Q_2$)
$Máx$	Máximo	$Mín$	Mínimo
		\bar{x}	Media aritmética o promedio



FÓRMULAS	
Fórmula de Herón (s: semiperímetro; a, b y c son las medidas de los lados del triángulo)	$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
Probabilidad de la unión (eventos A y B)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Probabilidad para eventos A y B mutuamente excluyentes	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
Probabilidad del complemento	$P(A^c) = 1 - P(A)$
Ecuación de la circunferencia con centro en C(a,b) y radio r	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
Distancia "d" entre dos puntos: (x ₁ , y ₁), (x ₂ , y ₂)	$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
Coefficiente de variación (C _v)	$C_v = \frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}} \cdot 100$
Posición relativa (P _r) de un dato	$P_r = \frac{\text{Dato} - \text{Media aritmética}}{\text{Desviación estándar}}$
σ^2 : Variancia \bar{x} : media aritmética o promedio N: Población; n: número de observaciones	$\sigma^2 = \frac{(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2}{N}$



Polígonos regulares	
Suma de las medidas de los ángulos internos s: suma de las medidas de los ángulos internos n: número de lados del polígono	$s = 180^\circ(n - 2)$
Medida de un ángulo interno i: ángulo interno n: número de lados del polígono	$m \sphericalangle i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$
Medida del ángulo central n: número de lados del polígono, c: ángulo central	$m \sphericalangle c = \frac{360^\circ}{n}$
Medida de un ángulo externo n: número de lados del polígono e: ángulo externo	$m \sphericalangle e = \frac{360^\circ}{n}$
Número de diagonales D: número de diagonales n: número de lados del polígono	$D = \frac{n(n - 3)}{2}$
Número de diagonales a partir de un vértice D: número de diagonales n: número de lados del polígono	$D = n - 3$
Área P: perímetro, a: apotema	$A = \frac{P \cdot a}{2}$



Triángulo equilátero	Cuadrado	Hexágono regular	Simbología
$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}; \quad a = \frac{h}{3}$	$\ell = \frac{d\sqrt{2}}{2}$	$a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$	r: radio
$A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$			d: diagonal
			a: apotema
			ℓ : lado; h: altura
			A: área

ÁREA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS		
Figura	Área total (A_T)	Simbología
Cubo	$A_T = 6a^2$	a: arista
Pirámide	$A_T = A_B + A_L$	A_L : área lateral
Prisma	$A_T = A_B + A_L$	A_B : área basal
Esfera	$A_T = 4\pi r^2$	A_b : área de la base
Cono circular recto	$A_T = \pi r(r + g)$	g: generatriz; r: radio
Cilindro circular recto	$A_T = 2\pi r(r + h)$	h: altura